$3^{èmes}$- Rappel des propriétés géométriques.

Rappel sur les notations en géométrie :
A signifie « le point A »
AB signifie « la distance du point A au point B » (sans parenthèses ni crochets) ← c'est un nombre !
(AB) signifie « la droite qui passe par les points A et B » (entre parenthèses)
[AB] signifie « le segment qui joint les points A et B » (entre crochets)

I. A propos de droites parallèles et perpendiculaires.

Propriété I.1 : Si deux droites sont parallèles à une même troisième, alors elles sont parallèles entre elles.

Propriété I.2 : Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième, alors elles sont parallèles entre elles.

Propriété I.3 : Si deux droites d et d' sont parallèles et si une troisième droite D est perpendiculaire à l'une des deux, alors D est aussi perpendiculaire à l'autre.

II. A propos de triangles.

Définition II.1 : Une hauteur d'un triangle est une droite qui passe par un sommet du triangle et qui est perpendiculaire au côté opposé à ce sommet.

Propriété II.1 : Les trois hauteurs d'un triangle sont concourantes en un point appelé orthocentre du triangle.

Propriété II.2 : Calcul de l'aire d'un triangle.
Soit un triangle, on note b la longueur de l'un quelconque de ses trois côtés, que l'on appellera la base. On note h la longueur de la hauteur perpendiculaire à ce côté.
L'aire du triangle est alors : A = $\frac{b \times h}{2}$.

Définition II.2 : La bissectrice d'un angle est la droite qui partage cet angle en deux angles de même mesure.

Définition II.3 : La médiatrice d'un segment est la droite qui est perpendiculaire à ce segment en son milieu.

Propriété II.3 :
(a) Si un point appartient à la médiatrice d'un segment, alors ce point est équidistant des extrémités de ce segment.
(b) Si un point est équidistant des extrémités d'un segment, alors ce point appartient à la médiatrice de ce segment.

Propriété II.4 : Les trois médiatrices d'un triangle sont concourantes en un point appelé centre du cercle circonscrit au triangle.

Définition II.4 : Une médiane d'un triangle est une droite qui passe par un sommet du triangle et par le milieu du côté opposé.

Théorème II.1 : Théorème de Pythagore.
Si un triangle est rectangle, alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.
Autrement dit : Si ABC est un triangle rectangle en A, alors : $BC^2 = AB^2 + AC^2$.

Propriété II.5 : Réciproque du théorème de Pythagore.
Si, dans un triangle, le carré de la longueur du plus grand côté est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés, alors ce triangle est rectangle, et l'angle droit est l'angle opposé au plus grand côté.
Autrement dit : Si, dans un triangle ABC (dont [BC] est le plus grand côté), $BC^2 = AB^2 + AC^2$, alors le triangle ABC est rectangle en A.

Propriété II.6 : Si un triangle est inscrit dans un cercle, et si l'un des côtés de ce triangle est un diamètre du cercle, alors ce triangle est rectangle.

Propriété II.6' : (Réciproque de II.6)
Si un triangle est rectangle, alors son hypoténuse est un diamètre du cercle circonscrit à ce triangle.

III. A propos de symétries.

Définition III.1 : On appelle symétrie axiale la symétrie par rapport à une droite.
Soit Δ une droite. Soit M un point n'appartenant pas à cette droite. Le symétrique du point M par rapport à la droite Δ est le point M' tel que Δ soit la médiatrice du segment [MM'].

Définition III.2 : On appelle symétrie centrale la symétrie par rapport à un point.
Soit O un point. Soit M un autre point. Le symétrique du point M par rapport au point O est le point M' tel que O soit le milieu du segment [MM'].

Définition III.3 : Soient A et B deux points distincts. Dire que le point M' est l'image du point M par la translation qui transforme A en B (ou la translation de vecteur $\vec{AB}$) signifie que ABM'M est un parallélogramme.

Propriété III.1 : Réciproquement, si la translation qui transforme A en B transforme aussi M en M', alors ABM'M est un parallélogramme.

Propriété III.2 : Les symétries et les translations conservent le parallélisme, les distances et les angles.

IV. A propos d'angles.

Propriété IV.1 : Si deux angles sont opposés par le sommet, alors ils ont la même mesure.

Propriété IV.2 : La somme des mesures des trois angles d'un triangle est 180°.

Propriété IV.3 : Si deux angles sont alternes-internes, alors ils la même mesure.

Propriété IV.4 : Si deux angles sont correspondants, alors ils ont la même mesure.

V. A propos de quadrilatères et de leurs diagonales.

Propriété V.1 : Si un quadrilatère a ses côtés opposés parallèles, alors c'est un parallélogramme.

Propriété V.1' (réciproque de V.1): Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses côtés opposés sont parallèles.

Propriété V.2 : Si un quadrilatère a ses diagonales de même milieu, alors c'est un parallélogramme.

Propriété V.2' (réciproque de V.2) : Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses diagonales sont de même milieu.

Propriété V.3 : Si un parallélogramme a ses diagonales de même longueur, alors c'est un rectangle.

Propriété V.3' (réciproque de V.3) : Si un parallélogramme est un rectangle, alors ses diagonales sont de la même longueur.

Propriété V.4 : Si un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires, alors c'est un losange.

Propriété V.4' (réciproque de V.4) : Si un parallélogramme est un losange, alors ses diagonales sont perpendiculaires.

Propriété V.5 : Si un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires et de même longueur, alors c'est un carré.

Propriété V.5' (réciproque de V.5) : Si un parallélogramme est un carré, alors ses diagonales sont perpendiculaires et de même longueur.

En résumé, on construit une démonstration mathématique comme ceci :
« **On sait que** » + *informations données dans l'énoncé*
« **Or** » + *une propriété du cours récitée par coeur (**pas une propriété inventée !**)*
« **Donc** » + *ce que l'on veut démontrer (on le trouve dans l'énoncé après « démontrer que »)*

RAPPEL : Une constatation ou des mesures sur un dessin ne prouvent rien
Un ou des exemple(s) ne prouve(nt) rien.